

MAT204 GENEL TOPOLOJİ II
DÖNEM SONU SINAVI ÇALIŞMA SORULARI

1. Aşağıdaki kavramları tanımlayınız. (20p)

* Lokal Baz, I. Sayılabilir Uzay, II. Sayılabilir Uzay, Ayrılabilir Uzay, Örtü, Açık Örtü, Lindelöf Uzay, Kompakt Küme, Kompakt Uzay, Bağlantılı Küme, Bağlantılı Uzay, Bağlantılı Bileşen, Yol (Eğri), Yol Bağlantılı Uzay.

2. Aşağıdaki teoremleri ispatlayınız. (20p)

i. II. sayılabilir bir uzay Lindelöf'tür.

ii. Kompaktlık bir topolojik özelliktir.

iii. (X, τ) topolojik uzayı bağlantılıdır ancak ve ancak $\{0, 1\}$ kümesi üzerindeki topoloji ayrık topoloji olmak üzere sürekli olan her $f: X \rightarrow \{0, 1\}$ fonksiyonu sabittir.

iv. Yol bağlantılı bir uzay bağlantılıdır.

3. Aşağıdaki soruları çözünüz. (30p)

a) $(\mathbb{R}, \mathcal{U})$ alışılmış topolojik uzayı I. Sayılabilir midir? II. Sayılabilir midir? Ayrılabilir midir? Lindelöf müdür? Kompakt mıdır? Bağlantılı mıdır? Yol Bağlantılı mıdır? Gösteriniz.

b) $s(X) > 1$ olacak şekilde bir X kümesi $\tau = P(X)$ ayrık topoloji ile verilsin. Buna göre, (X, τ) uzayı I. Sayılabilir midir? II. Sayılabilir midir? Ayrılabilir midir? Lindelöf müdür? Kompakt mıdır? Bağlantılı mıdır? Yol Bağlantılı mıdır? Gösteriniz.

c) \mathbb{R} reel sayılar kümesi $\tau = \{A \subseteq \mathbb{R} \mid A^c \text{ sonlu}\} \cup \{\emptyset\}$ tümleyenli sonlu topoloji ile verilsin. Buna göre, (\mathbb{R}, τ) uzayı I. Sayılabilir midir? II. Sayılabilir midir? Ayrılabilir midir? Lindelöf müdür? Kompakt mıdır? Bağlantılı mıdır? Yol Bağlantılı mıdır? Gösteriniz.